MITTLERER SCHULABSCHLUSS
AN DER MITTELSCHULE 20XX

MATHEMATIK
(MUSTERPRÜFUNG)

TT. MM. JJJJ

Platzziffer (ggf. Name/Klasse): ______________________________

Teil B

9:10 Uhr – 11:40 Uhr

Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist **hier erlaubt**
(vgl. KMS vom 06.11.2019 Nr. III.2 – BS7200.0/41/1).

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind und sich die Gesamtergebnisse daraus ableiten lassen.

Jeder Prüfling muss **eine** von der Feststellungskommission ausgewählte **Aufgabengruppe** bearbeiten.

Teil B – Aufgabengruppe I

Punkte

1. a) Auf der Parabel p_1 mit der Funktionsgleichung $y = x^2 + 2x + 5$ liegen die Punkte $A(-3 \mid y_A)$, $B(x_B \mid 13)$ und $C(x_C \mid 13)$.
   Berechnen Sie die fehlenden Koordinaten der Punkte A, B und C.

   b) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_1 in der Scheitelpunktform und geben Sie den Scheitelpunkt S_1 an.

   c) Die Punkte $D(-1 \mid -12)$ und $E(2 \mid -9)$ liegen auf der nach unten geöffneten Normalparabel p_2.
   Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

   d) Die nach oben geöffnete Normalparabel p_3 hat den Scheitelpunkt $S_3(2{,}5 \mid -3)$.
   Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von p_3 in der Normalform.

   e) Zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

   f) Eine nach oben geöffnete Parabel p_4 wird an der y-Achse gespiegelt.
   Dadurch entsteht eine nach oben geöffnete Parabel p_5. Beide haben die gleiche Funktionsgleichung.
   Beschreiben Sie die Lage des Scheitelpunkts S_4 der Parabel p_4 im Koordinatensystem. 8

2. Bei einer Gleichung zur Anwendung einer binomischen Formel ist nur noch das gemischte Glied bekannt.
   Stellen Sie eine mögliche vollständige Gleichung auf und notieren Sie diese auf Ihrem Lösungsblatt.

   $\square - 24a^6b^2 + \square = (\square - \square)^2$ 2

3. a) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g_1, die durch die Punkte $P(-1 \mid 5)$ und $Q(2 \mid -4)$ verläuft.

   b) Die Gerade g_2 hat keinen Punkt mit der Geraden g_3: $2y = -1x + 10$ gemeinsam.
   Geben Sie die Funktionsgleichung einer möglichen Geraden g_2 in der Normalform an und beschreiben Sie Ihr Vorgehen.

   c) Berechnen Sie die x-Koordinate des Schnittpunkts N der Geraden g_3 mit der x-Achse und geben Sie N an.

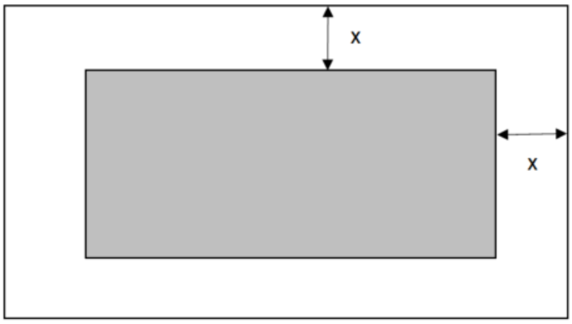
   d) Zeigen Sie, dass der Punkt $S(3 \mid 3{,}5)$ der Schnittpunkt von g_3 und g_4: $y = 2{,}5x - 4$ ist.

   e) Zeichnen Sie die Geraden g_1 und g_4 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 7

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

4. Herr Müller plant in seinem Garten einen rechteckigen Swimming-Pool mit einer Länge von 14 m und einer Breite von 10,5 m zu errichten. Um den Pool herum soll ein Streifen mit der Breite x gefliest werden. Der Flächeninhalt der verlegten Fliesen soll zwei Drittel der Pool-Fläche betragen.
Skizze:



Quelle: StMUK

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu.

Die Breite des Streifens x wird mit folgender Gleichung berechnet:

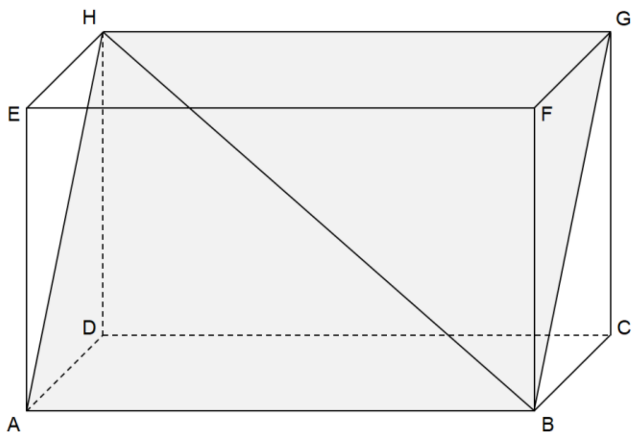
$$2 \cdot (14 \cdot x) + 2 \cdot (10{,}5 \cdot x) + 4x^2 = \frac{2}{3}(14 \cdot 10{,}5)$$

Ermitteln Sie x und geben Sie die Breite des Streifens an. 4

5. a) Ein Würfel hat die Kantenlänge a. Das Volumen des Würfels ist genauso groß wie das Gesamtvolumen von 6 Kugeln mit einem Radius von je 8 cm. Ermitteln Sie die Kantenlänge a des Würfels.

b) Begründen Sie rechnerisch, dass ein Würfel mit Kantenlänge a und eine Kugel mit Radius $r = a \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$ das gleiche Volumen haben. 3

6. In folgendem Quader gilt:
$\sphericalangle BGC = 53°$
$|\overline{CG}| = 3{,}0$ cm
$|\overline{HG}| = 7{,}5$ cm



Quelle: StMUK

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu.

Ermitteln Sie rechnerisch die Größe des Winkels HBA und die Länge der Raumdiagonalen $\overline{HB}$. 3

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

7. Tim, der am 1. Februar Geburtstag hat, erhält aktuell ein monatliches Taschengeld von 10 €. Ab dem Monat nach seinem zwölften Geburtstag soll sich dieses jeden Monat erhöhen.
   Seine Eltern bieten ihm zwei Varianten bis zu seinem 18. Geburtstag an:

   Variante A: Das Taschengeld wird jeden Monat um einen Euro erhöht.

   Variante B: Das Taschengeld wird jeden Monat um 4 % gegenüber dem Vormonat erhöht.

   a) Ermitteln Sie, mit welcher Variante Tim an seinem 15. Geburtstag ein höheres Taschengeld erhalten würde.
   b) Berechnen Sie für Variante B, nach wie vielen Monaten Tim zum ersten Mal mehr als 100 € Taschengeld erhalten würde.
   c) Tim träumt davon, nach zwei Jahren 200 € Taschengeld zu erhalten. Berechnen Sie die monatliche prozentuale Taschengelderhöhung, die diesen Traum ermöglichen würde.
   d) Wenn man die Varianten A und B in einem Koordinatensystem als Graphen darstellt, darf man nur einzelne Punkte einzeichnen. Begründen Sie, dass die Graphen nicht als durchgehende Linien gezeichnet werden können. 5

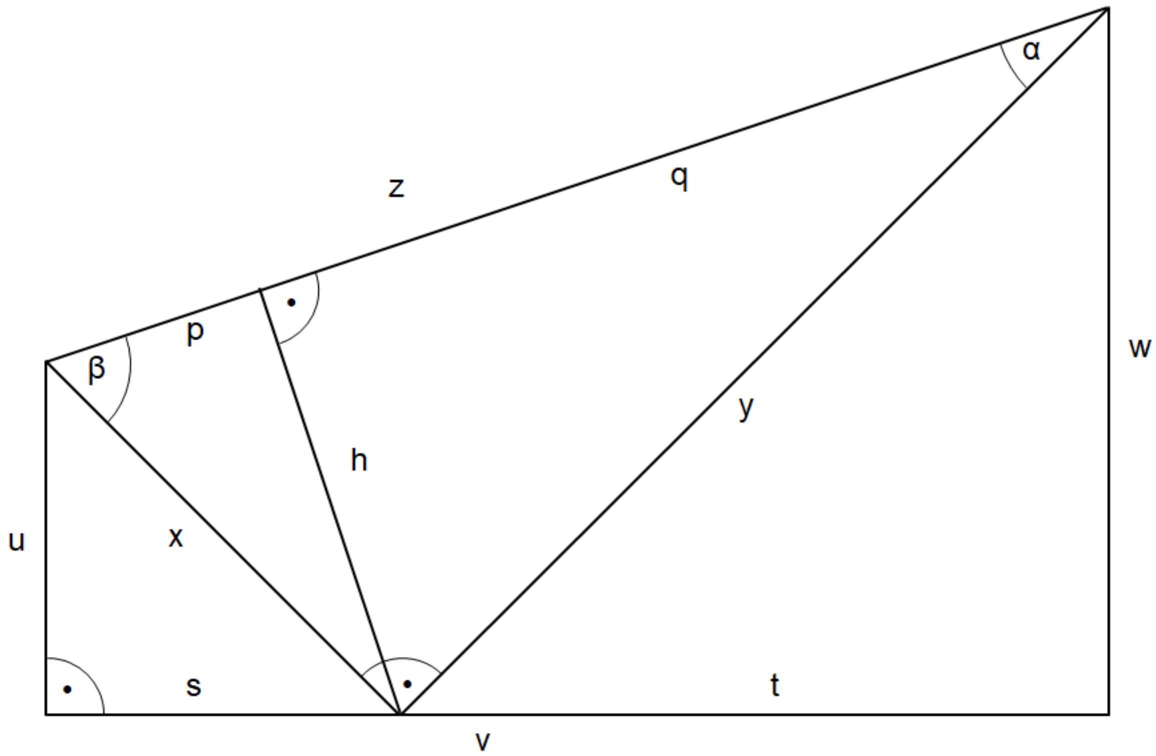
8. Ein Fußballteam besteht aus elf Spielerinnen: eine Torhüterin (T), drei Abwehrspielerinnen (A), fünf Mittelfeldspielerinnen (M) und zwei Stürmerinnen (S). Die Spielerinnen betreten nacheinander in zufälliger Reihenfolge das Spielfeld.

   a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine der Abwehrspielerinnen als Erste auf das Spielfeld kommt.
   b) Die ersten vier Spielerinnen könnten das Spielfeld in folgender Reihenfolge betreten:
      Mittelfeldspielerin – Abwehrspielerin – Stürmerin – Torhüterin.
      Bestimmen Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.
   c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den ersten beiden Spielerinnen, die das Spielfeld betreten, höchstens eine Mittelfeldspielerin ist.
   d) Der Trainer möchte gerne, dass dieselben elf Spielerinnen bei jedem Spiel in einer anderen Reihenfolge das Spielfeld betreten.
      Entscheiden Sie, ob dies innerhalb einer Saison mit insgesamt 32 Spielen möglich ist.
      Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch. 4

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

9. Gegeben ist folgende Figur mit den Längen $p = 2$ m und $q = 8$ m.



Quelle: StMUK

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu.

Berechnen Sie die Längen der Strecken x, y und h, sowie die Größen der Winkel α und β. 4

Summe: 40

Teil B – Aufgabengruppe II

Punkte

1. a) Die Parabel p_1 hat die Funktionsgleichung $y = -x^2 + 7x - 10$ und schneidet die x-Achse in den Punkten N_1 und N_2.
   Berechnen Sie die x-Koordinaten der Punkte N_1 und N_2.

   b) Überprüfen Sie nachvollziehbar, ob die Punkte $Q(3 \mid -2)$ und $P(7 \mid -10)$ auf der Parabel p_1 liegen.

   c) Die nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(5 \mid -4)$.
   Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

   d) Die Gerade g: $y = 3x - 4$ schneidet die Parabel p_3: $y = (x - 2)^2 + 2$ in den Punkten R und T.
   Berechnen Sie die Koordinaten von R und T.

   e) Zeichnen Sie die Parabeln p_2 und p_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

   f) Die Parabel p_4 hat die Funktionsgleichung $y = (x - 1)^2 + 3$.
   Geben Sie die Funktionsgleichung einer möglichen Parabel p_5 an, die nur einen gemeinsamen Punkt mit der Parabel p_4 hat.
   Begründen Sie mit Hilfe eines Textes, einer Rechnung oder einer Zeichnung, warum p_4 und p_5 nur einen gemeinsamen Punkt haben. 7

2. a) Ersetzen Sie den Platzhalter □ jeweils durch den entsprechenden Term und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf Ihr Lösungsblatt.
   $49x^2 - \square + 144y^4 = (\square - 12y^2)^2$

   b) Ersetzen Sie den Platzhalter ◯ jeweils durch das entsprechende Rechenzeichen und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf Ihr Lösungsblatt.
   $-(4a - 9b)^2 = -16a^2 \bigcirc 72ab \bigcirc 81b^2$ 2

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

3. a) Gegeben ist eine Gerade g_1: $y = -2x + 4$.
Entscheiden Sie, welche dieser Aussagen richtig sind und notieren Sie die zugehörigen Nummern auf Ihr Lösungsblatt.

(1) Die Gerade g_1 verläuft durch den Nullpunkt.
(2) Die Gerade g_1 schneidet die x-Achse im Punkt (2 | 0).
(3) Die Gerade g_1 verläuft nicht im 3. Quadranten.
(4) Die Gerade g_1 schneidet die y-Achse im Punkt (0 | −4).

b) Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Punkt B(86 | −168) auf der Geraden g_1 liegt.

c) Der Punkt P(4 | 2) liegt auf einer Geraden g_2, mit der Steigung $m_2 = \frac{1}{4}$.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g_2 rechnerisch.

d) Begründen Sie, dass die Gerade g_3: $0 = 3y + 6x - 12$ mindestens zwei gemeinsame Punkte mit der Geraden g_1 hat.

e) Die Gerade g_4: $y = 1 + 0{,}5x$ schneidet die Gerade g_1.
Zeigen Sie rechnerisch, dass g_1 senkrecht auf g_4 steht.

f) Berechnen Sie die x-Koordinate des Schnittpunkts N der Geraden g_5: $y = -0{,}5x + 3$ mit der x-Achse und geben Sie diesen Punkt an.

g) Zeichnen Sie die Geraden g_1 und g_4 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 7

4. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{4}{x+2} - \frac{3}{x-1} = 5$$ 4

5. a) Eine Hohlkugel aus Messing hat eine Masse von 4352 g und einen äußeren Durchmesser von 18 cm.
Berechnen Sie den inneren Radius dieser Kugel, wenn 1 cm^3 Messing eine Masse von 8,5 g hat.

b) Eine andere Messingkugel mit einem Durchmesser von 25 cm wird vergoldet.
Ermitteln Sie rechnerisch den Materialpreis des Blattgoldes, wenn Blattgold 200 €/m^2 kostet. 4

Fortsetzung nächste Seite

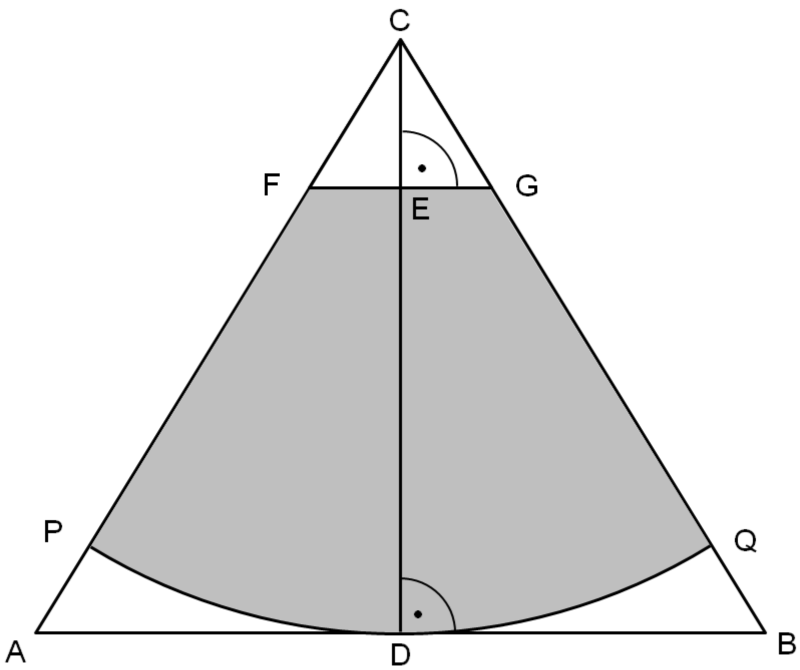
Punkte

6. Der radioaktive Stoff Plutonium-243 hat eine Halbwertszeit von etwa 5 Stunden.
   a) Bestimmen Sie rechnerisch die Masse an Plutonium-243, die bei einer Ausgangsmenge von 200 mg nach 30 Stunden noch vorhanden ist.
   b) Berechnen Sie die Masse des ursprünglich vorhandenen Plutoniums-243, wenn nach 20 Stunden noch 15 mg nachweisbar sind.
   c) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Stunden von ursprünglich 400 mg Plutonium-243 noch 12,5 mg vorhanden sind. 5

7. Im abgebildeten gleichseitigen Dreieck ABC gilt:

   $|\overline{CE}| = 4$ cm; $|\overline{GB}| = 9{,}2$ cm

   C ist der Mittelpunkt des Kreissektors.
   Berechnen Sie die Fläche der Figur PQGF.



Quelle: StMUK

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu. 5

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

8. Aus einer Kiste mit 17 grünen (G) und 18 roten Äpfeln (R) werden nacheinander nach dem Zufallsprinzip zwei Äpfel entnommen und nicht wieder zurückgelegt.
   a) Zeichnen Sie zu diesem Sachverhalt ein Baumdiagramm und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.
   b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein roter und ein grüner Apfel aus der Kiste genommen wurden.
   c) In anderen Kisten befinden sich Kirschen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in einer Kiste faule Kirschen befinden, beträgt 0,2.
   Jan behauptet: „Da befinden sich ja in jeder zweiten Kiste faule Kirschen.“
   Begründen Sie, dass Jans Aussage falsch ist. 4

9. Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.
   Es gilt: a; b; c ≠ 0 .

$$\frac{144a^{25} \cdot 0{,}5b^{4} \cdot 10a^{-7}c^{-2}}{8c^{-2} \cdot 0{,}25b^{-4} \cdot 5b^{3} \cdot 12a^{15}}$$

2

Summe: 40